Προηγούμενη έκδοση

Επομένως, η σχέση (1) γράφεται:

$\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}=\rho$ ή, ισοδύναμα, $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=\rho^2$.

Άρα, ο κύκλος με κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα ρ έχει εξίσωση:

$$\boxed{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=\rho^2} \tag{2}$$

Έτσι, για παράδειγμα, ο κύκλος με κέντρο $K(1,-3)$ και ακτίνα $\rho=2$ έχει εξίσωση $(x-1)^2+(y+3)^2=\rho^2$.

- Αν τώρα εκτελέσουμε τις πράξεις, η εξίσωση (2) γράφεται

$$x^2+y^2-2x_0x-2y_0y+(x_0^2+y_0^2-\rho^2)=0,$$

δηλαδή παίρνει τη μορφή

$$x^2+y^2+Ax+By+\Gamma=0, \tag{3}$$

όπου $A=-2x_0$, $B=-2y_0$ και $\Gamma=x_0^2+y_0^2-\rho^2$.
Αντιστρόφως, κάθε εξίσωση της μορφής (3) γράφεται διαδοχικά:

$$(x^2+Ax)+(y^2+By)=-\Gamma$$

$$\left(x^2+2\frac{A}{2}x+\frac{A^2}{4}\right)+\left(y^2+2\frac{B}{2}y+\frac{B^2}{4}\right)=-\Gamma+\frac{A^2}{4}+\frac{B^2}{4}$$

$$\left(x+\frac{A}{2}\right)^2+\left(y+\frac{B}{2}\right)^2=\frac{A^2+B^2-4\Gamma}{4}.$$

Επομένως:

— Αν $A^2+B^2-4\Gamma>0$, η εξίσωση (3) παριστάνει κύκλο με κέντρο $K\left(-\frac{A}{2},-\frac{B}{2}\right)$ και ακτίνα $\rho=\frac{\sqrt{A^2+B^2-4\Gamma}}{2}$.

— Αν $A^2+B^2-4\Gamma=0$, η εξίσωση (3) παριστάνει ένα μόνο σημείο, το $K\left(-\frac{A}{2},-\frac{B}{2}\right)$.

— Αν $A^2+B^2-4\Gamma<0$, η εξίσωση (3) είναι αδύνατη, δηλαδή δεν υπάρχουν σημεία $M(x,y)$ των οποίων οι συντεταγμένες να την επαληθεύουν.

Τρέχουσα έκδοση

Επομένως, η σχέση (1) γράφεται:

$\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}=\rho$ ή, ισοδύναμα, $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=\rho^2$.

Άρα, ο κύκλος με κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα ρ έχει εξίσωση:

$$\boxed{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=\rho^2} \tag{2}$$

Έτσι, για παράδειγμα, ο κύκλος με κέντρο $K(1,-3)$ και ακτίνα $\rho=2$ έχει εξίσωση $(x-1)^2+(y+3)^2=4$.

- Αν τώρα εκτελέσουμε τις πράξεις, η εξίσωση (2) γράφεται

$$x^2+y^2-2x_0x-2y_0y+(x_0^2+y_0^2-\rho^2)=0,$$

δηλαδή παίρνει τη μορφή

$$x^2+y^2+Ax+By+\Gamma=0, \tag{3}$$

όπου $A=-2x_0$, $B=-2y_0$ και $\Gamma=x_0^2+y_0^2-\rho^2$.
Αντιστρόφως, κάθε εξίσωση της μορφής (3) γράφεται διαδοχικά:

$$(x^2+Ax)+(y^2+By)=-\Gamma$$

$$\left(x^2+2\frac{A}{2}x+\frac{A^2}{4}\right)+\left(y^2+2\frac{B}{2}y+\frac{B^2}{4}\right)=-\Gamma+\frac{A^2}{4}+\frac{B^2}{4}$$

$$\left(x+\frac{A}{2}\right)^2+\left(y+\frac{B}{2}\right)^2=\frac{A^2+B^2-4\Gamma}{4}.$$

Επομένως:

— Αν $A^2+B^2-4\Gamma>0$, η εξίσωση (3) παριστάνει κύκλο με κέντρο $K\left(-\frac{A}{2},-\frac{B}{2}\right)$ και ακτίνα $\rho=\frac{\sqrt{A^2+B^2-4\Gamma}}{2}$.

— Αν $A^2+B^2-4\Gamma=0$, η εξίσωση (3) παριστάνει ένα μόνο σημείο, το $K\left(-\frac{A}{2},-\frac{B}{2}\right)$.

— Αν $A^2+B^2-4\Gamma<0$, η εξίσωση (3) είναι αδύνατη, δηλαδή δεν υπάρχουν σημεία $M(x,y)$ των οποίων οι συντεταγμένες να την επαληθεύουν.