Προηγούμενη έκδοση

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

Έστω ότι ο $\sqrt{2}$ είναι ρητός. Τότε μπορούμε να γράψουμε $\sqrt{2}=\frac{\kappa}{\lambda}$, όπου κ, λ είναι φυσικοί αριθμοί και $\frac{\kappa}{\lambda}$ **ανάγωγο κλάσμα** (δηλαδή κλάσμα στο οποίο έχουν γίνει όλες οι δυνατές απλοποιήσεις). Τότε έχουμε διαδοχικά:

$$(\sqrt{2})^2=\left(\frac{\kappa}{\lambda}\right)^2$$

$$2=\frac{\kappa^2}{\lambda^2}$$

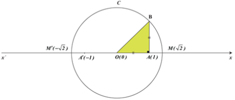
$$\kappa^2=2\lambda^2$$

που σημαίνει ότι ο κ^2 είναι άρτιος, οπότε (σελ. 25) και ο κ είναι άρτιος, δηλαδή είναι της μορφής $\kappa=2\mu$.
Τότε έχουμε διαδοχικά:

$$\kappa^2=2\lambda^2$$
$$(2\mu)^2=2\lambda^2$$
$$4\mu^2=2\lambda^2$$
$$\lambda^2=2\mu^2$$

Που σημαίνει ότι ο λ^2 είναι άρτιος, άρα και ο λ είναι άρτιος.

Αφού λοιπόν οι κ, λ είναι άρτιοι, το κλάσμα $\frac{\kappa}{\lambda}$ **δεν είναι ανάγωγο** (άτοπο).



Στο σημείο Α του πραγματικού άξονα που παριστάνει τον αριθμό 1 υψώνουμε κάθετο τμήμα ΑΒ με μήκος 1. Τότε η υποτείνουσα του ορθογωνίου τριγώνου ΟΑΒ έχει μήκος ίσο με $\sqrt{2}$. Στη συνέχεια με κέντρο το Ο και ακτίνα $OB=\sqrt{2}$ γράφουμε κύκλο ο οποίος τέμνει τον άξονα x΄x στα σημεία Μ και Μ′ που παριστάνουν τους αριθμούς $\sqrt{2}$ και $-\sqrt{2}$ αντιστοίχως.

Τρέχουσα έκδοση

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

Έστω ότι ο $\sqrt{2}$ είναι ρητός. Τότε μπορούμε να γράψουμε $\sqrt{2}=\frac{\kappa}{\lambda}$, όπου κ, λ είναι φυσικοί αριθμοί και $\frac{\kappa}{\lambda}$ **ανάγωγο κλάσμα** (δηλαδή κλάσμα στο οποίο έχουν γίνει όλες οι δυνατές απλοποιήσεις). Τότε έχουμε διαδοχικά:

$$(\sqrt{2})^2=\left(\frac{\kappa}{\lambda}\right)^2$$

$$2=\frac{\kappa^2}{\lambda^2}$$

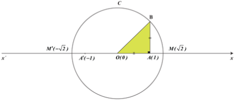
$$\kappa^2=2\lambda^2$$

που σημαίνει ότι ο κ^2 είναι άρτιος, οπότε (σελ. 49) και ο κ είναι άρτιος, δηλαδή είναι της μορφής $\kappa=2\mu$.
Τότε έχουμε διαδοχικά:

$$\kappa^2=2\lambda^2$$
$$(2\mu)^2=2\lambda^2$$
$$4\mu^2=2\lambda^2$$
$$\lambda^2=2\mu^2$$

Που σημαίνει ότι ο λ^2 είναι άρτιος, άρα και ο λ είναι άρτιος.

Αφού λοιπόν οι κ, λ είναι άρτιοι, το κλάσμα $\frac{\kappa}{\lambda}$ **δεν είναι ανάγωγο** (άτοπο).



Στο σημείο Α του πραγματικού άξονα που παριστάνει τον αριθμό 1 υψώνουμε κάθετο τμήμα ΑΒ με μήκος 1. Τότε η υποτείνουσα του ορθογωνίου τριγώνου ΟΑΒ έχει μήκος ίσο με $\sqrt{2}$. Στη συνέχεια με κέντρο το Ο και ακτίνα $OB=\sqrt{2}$ γράφουμε κύκλο ο οποίος τέμνει τον άξονα x΄x στα σημεία Μ και Μ′ που παριστάνουν τους αριθμούς $\sqrt{2}$ και $-\sqrt{2}$ αντιστοίχως.